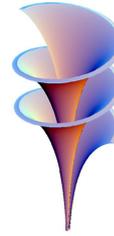




GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica "Ulisse Dini"

Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze



25 Marzo 2010

Esercizio 1. Siano a , b e c tre numeri interi dispari. Dimostrare che l'equazione

$$ax^2 + bx + c = 0$$

non ha soluzioni razionali, cioè non è verificata da alcun numero razionale.

Esercizio 2. In una scacchiera 5×5 , due caselle si dicono adiacenti se hanno un lato in comune. Valentina vuole disporre **25** pedine, **12** bianche e **13** nere, una per casella ed in modo da non avere pedine bianche in caselle adiacenti. In quanti modi può posizionare le pedine?

Esercizio 3. Preso un mazzo con **40** carte, queste vengono mischiate più volte nel modo seguente: le **20** carte che stanno nella parte alta del mazzo vengono messe a sinistra e poi vengono inseriti perfettamente i due mazzetti uno nell'altro, nel senso che, partendo dall'alto nel mazzo finale, ritroveremo la prima carta del mazzetto a sinistra, poi la prima del mazzetto a destra, poi la seconda da sinistra e la seconda da destra, poi la terza da sinistra e la terza da destra, ..., l'ultima da sinistra e l'ultima da destra. Continuando a mischiare in questo modo, è possibile che prima o poi tutte le carte ritornino nella posizione che avevano inizialmente? In caso affermativo, qual è il numero minimo di smazzate necessarie? Esistono carte (oltre la prima e l'ultima) che tornano nella posizione iniziale più rapidamente di altre?

Esercizio 4. Due sfere pesanti vengono immerse in un recipiente cilindrico di diametro **9 cm** che contiene acqua e il livello del liquido all'interno si innalza di $\frac{1040}{243}$ **cm**. Le due sfere si dipongono in modo tale da essere tangenti tra loro, alla base ed alla superficie laterale del cilindro, come indicato nel disegno accanto. Determinare il raggio delle due sfere.

