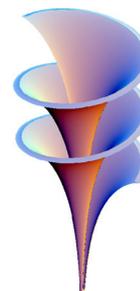


# GARA MATEMATICA

Dipartimento di Matematica Ulisse Dini  
Viale Morgagni 67/a - 50134 Firenze



26 Marzo 2012

## Esercizio 1

Un mazzo di 52 carte, numerate da 1 a 52, viene utilizzato per un gioco che consiste nel ripetere, fino ad esaurimento delle carte, le due mosse seguenti:

*Mossa 1:* la carta in cima al mazzo viene posta in fondo.

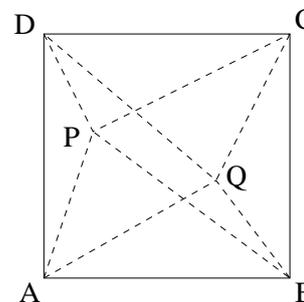
*Mossa 2:* la carta in cima al mazzo viene eliminata.

Quale carta si trovava in cima al mazzo all'inizio del gioco sapendo che le carte vengono eliminate in ordine crescente?

## Esercizio 2

Sia  $ABCD$  un quadrato. Collegando due punti  $P$  e  $Q$  interni al quadrato (cioè non appartenenti ai lati) con i suoi quattro vertici, il quadrato risulta diviso in un certo numero di regioni.

- Quante possono essere queste regioni?
- Possono le regioni avere tutte la stessa area?
- Come cambiano le risposte precedenti se eliminiamo l'ipotesi che  $P$  e  $Q$  non appartengono ai lati del quadrato?



## Esercizio 3

Uno studente si addormenta durante la lezione di matematica. Si sveglia appena in tempo per sentire il professore che dice: "...le radici del polinomio formano una progressione aritmetica". Guardando la lavagna vede un'equazione di quinto grado da risolvere a casa. Cerca di ricopiarla di corsa ma riesce soltanto a scrivere

$$x^5 - 5x^4 - 35x^3 + \dots = 0$$

prima che il professore cancelli la lavagna. Nonostante ciò riesce a determinare le cinque radici dell'equazione. Quali sono?

## Esercizio 4

Determinare tutte le terne di interi positivi  $a$ ,  $n$  e  $p$  tali che  $p$  sia primo,  $a \geq 3$  ed inoltre

$$|n^a - p^2| \leq 1.$$